

1. Aufgabe

a) f: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, denn wenn $x=1$ eingesetzt wird, müsste durch 0 geteilt werden.

$$g: x^2-6x+9=(x-3)^2 \Rightarrow \frac{-3x^3+0,5x}{x^2-6x+9} = \frac{-3x^3+0,5x}{(x-3)^2}$$

$D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$, da bei $x=3$ durch 0 geteilt wird.

Trick: Nullstellen des Nenners berechnen

b) f: $W=[+3; +\infty[$, da es sich um eine um 3 nach oben verschobene Normalparabel handelt.

g: $W=\mathbb{R}$, da x^3 ganz \mathbb{R} durchläuft

h: Hier muss zunächst berechnet werden, welche Werte die Funktion an den „Rändern“, also $x=-2$ und $x=2$ annimmt und wie sie zwischen diesen beiden Punkten verläuft (ob z.B. der Scheitelpunkt dazwischen liegt). Hier hilft eine SKIZZE!

$$h(-2)=17; h(2)=0$$

da der Scheitelpunkt bei $x=2$ liegt, werden zwischen $x=-2$ und $x=+2$ nur Werte zwischen 17 und 0 angenommen (die Funktion fällt dazwischen ständig)

Daraus folgt: $W=[0;+17]$

c) Zunächst muss $g(x)$ bestimmt werden:

$$m_g=(-1-1,5)/(8-3)=-2,5/5=-0,5$$

$$g(x)=-0,5x+n \rightarrow g(3)=1,5=-0,5*3+n \rightarrow n=3$$

$$g(x)=-0,5x+3$$

Nun wird $g^{-1}(x)$ bestimmt:

$$x=-0,5y+3 \rightarrow \text{nach } y \text{ auflösen} \rightarrow y=-2x+6$$

$$g^{-1}(x)=-2x+6$$

Für die senkrecht auf g stehende Funktion h reicht es m_h zu berechnen und sich ein n auszusuchen:

$$m_h=2 \quad , \text{ der negative Kehrwert von } m_g$$

$h(x)=2x$, hier gibt es unendlich viele Möglichkeiten, da die Orthogonalität nur von m und nicht von n abhängt.

2. Aufgabe

a) Beide Funktionen sind nach unten geöffnet, also müssen die Maxima bestimmt werden.

Untersuchung von f:

Scheitelpunkt:

$f(x)$ ist bereits in Scheitelpunktform $\rightarrow SP_f(5|25) \rightarrow$ Maximum von f bei $x=5$

Schnittpunkte mit den Achsen:

y-Achse: $f(0)=0 \rightarrow f$ schneidet die y-Achse bei $y=0$

$$f(x)=0$$

$$\Leftrightarrow 0=-(x-5)^2+25$$

x-Achse: $\Leftrightarrow (x-5)^2=25 \rightarrow f$ schneidet die x-Achse bei $x=0$ und $x=+10$

$$\Leftrightarrow x-5=\pm 5$$

$$\Leftrightarrow x-5=0/+10$$

Untersuchung von g:

Scheitelpunkt:

$$g(x)=-x^2+14x-13=-(x^2+14x+49-49+13)=-((x-7)^2-36)=-x^2+14x-13$$

$\rightarrow SP_g(7|36) \rightarrow$ Maximum von g bei $x=7$

Schnittpunkte mit den Achsen:

y-Achse: $g(0)=-13 \rightarrow g$ schneidet die y-Achse bei $y=-13$

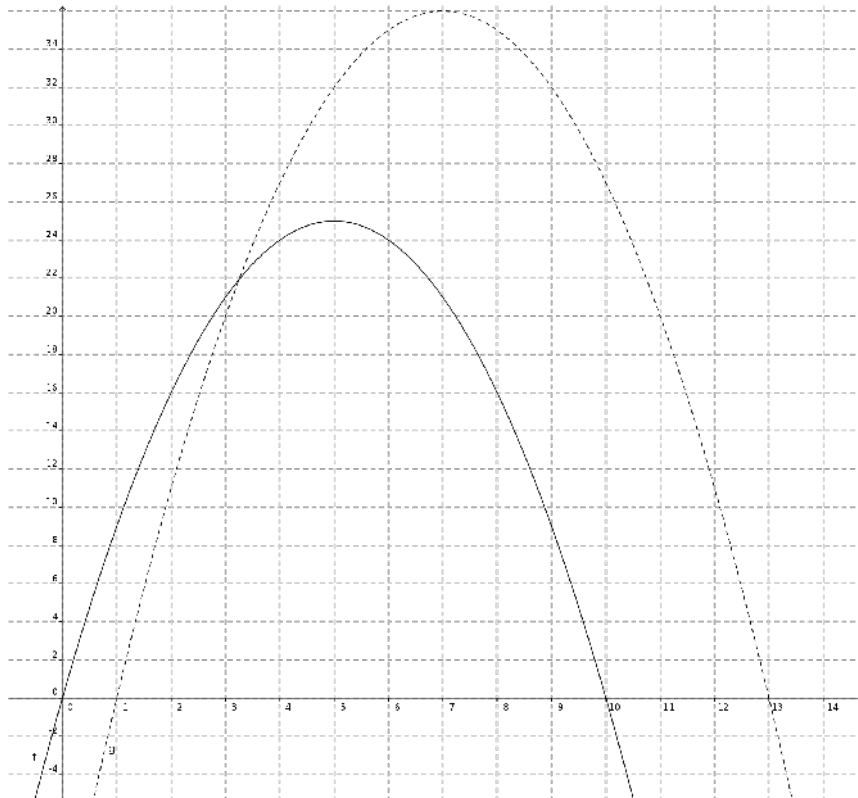
$$\begin{aligned}
 g(x) &= 0 \\
 \Leftrightarrow 0 &= -(x-7)^2 + 36 \\
 \Leftrightarrow (x-7)^2 &= 36 && \rightarrow g \text{ schneidet die } x\text{-Achse bei } x=+1 \text{ und } x=+13 \\
 \Leftrightarrow x-7 &= \pm 6 \\
 \Leftrightarrow x &= +1/+13
 \end{aligned}$$

Schnittpunkt von f und g:

$$\begin{aligned}
 g(x) &= f(x) \\
 \Leftrightarrow -x^2 + 14x - 13 &= -(x-5)^2 + 25 \\
 \Leftrightarrow -x^2 + 14x - 13 &= -(x^2 - 10x + 25) + 25 \\
 \Leftrightarrow -x^2 + 14x - 13 &= -x^2 + 10x - 25 + 25 \\
 \Leftrightarrow -x^2 + 14x - 13 &= -x^2 + 10x \\
 \Leftrightarrow 14x - 13 &= 10x \\
 \Leftrightarrow 4x &= 13 \\
 \Leftrightarrow x &= 3,25 \\
 \Leftrightarrow f(3,25) &\approx 21,9
 \end{aligned}$$

f und g schneiden sich im Punkt S(3,25| \approx 21,9)

Skizze:



- b) Am fünften Tag hat f sein Maximum erreicht, das heißt, dass an diesem Tag die meisten Erkrankten vorhanden sind (25.000). Am 20. Tag hat f wieder eine Nullstelle, das heißt, dass jetzt niemand mehr Grippe hat. Am Tag nach Beginn der Epidemie werden bereits die ersten Menschen unter Quarantäne gestellt (direkt nach der Nullstelle von g). Am 7. Tag der Epidemie sind mit 36.000 Menschen die maximale Anzahl unter Quarantäne, danach werden sie daraus nach und nach entlassen, bis am 13. Tag niemand mehr unter Quarantäne steht.

3. Eine Kathete bezeichnen wir mit x, die andere mit y.

Dann gilt $A = \frac{x \cdot y}{2} = 12 \text{ cm}^2$ (auch hier hilft natürlich eine Skizze!)

Damit y in Abhängigkeit von x berechnet werden kann, muss die Gleichung nach y aufgelöst werden: $y = \frac{24}{x}$ die zugehörige Funktionsgleichung lautet also: $f(x) = \frac{24}{x}$